Alejandro Ciuba
Profesora Cubas-Mora
SPAN1320
El 28 de octubre, 2020

El Proyecto Final: Los Textos Matemáticos

Traducción Inversa [Inglés > Español]:

Con este texto, quiero mostrar mis habilidades de traducir textos más técnicos y los que incluyen más vocabulario específico. Desde que empezamos nuestra clase de traducción, he querido trabajar en textos basados en mi especialización: la informática y matemática. Siempre tengo una fascinación de estudiar mi especialización en otros idiomas y descubrí que disfruto mucho de traducir los textos de mi especialización por esta clase. Disfruto de aprender el vocabulario asociado con mis estudios en español y ver las diferencias entre el vocabulario inglés y de español. Este texto en particular me demostró las diferencias sutiles entre el vocabulario de la lógica en inglés y español.

Para cumplir la tarea de traducir el texto de inglés a español, tenía que usar 2 técnicas de traducción específicamente: la transposición y la traducción literal. Primeramente, se puede ver la transposición en la mayoría de las oraciones construidas en la voz pasiva; donde las reemplacé por la construcción más apropiada: "Students are also taught that the converse is not true" está traducida como "Se enseñan a los estudiantes también que el opuesto no es verdad." También, la técnica de transposición está usada para la traducción de la lógica: "iff" está traducida como "sii" porque en el vocabulario inglés de lógica, se escribe "iff" para representar el bicondicional ("if and only if") y he encontrado que se escribe "sii" para representar el mismo (si y sólo si). Próximamente, la traducción literal está usado para traducir las declaraciones condicionales (if-statements) porque en inglés, se las escriben con la formula "if + proposición, then + proposición." Aunque no se dice "si + proposición, entonces + proposición" normalmente en español, tenia que usar la traducción literal para guardar la idea atrás de la formulación inglesa. Por ejemplo, uso esta técnica para Teorema 1: "If a function f is differentiable at a point $c \in \mathbb{R}$, then f is continuous at c." está traducida como "Si una función f es diferenciable en un punto $c \in \mathbb{R}$, entonces la función f es continua en c."

Encontré muchos retos y dificultades traduciendo el texto. Particularmente en la representación de los símbolos, el asunto del texto y la traducción del vocabulario matemático.

1. Antes que nada, la traducción era muy difícil cuando había más símbolos matemáticos en las oraciones, y tenía que adaptar la oración para tener sentido con los símbolos. Por ejemplo, en la frase "un punto $x \in (a, b) \subseteq \mathbb{R}$", tenía en cuenta cuales palabras eran representadas por los símbolos $\in$, $\subseteq$, y $\mathbb{R}$. Después, formulé una oración sin los símbolos: "un punto x en la gama desde a hasta b en el subconjunto de los números reales." Finalmente, reemplacé las palabras con sus símbolos respectivos. Para hacer la tarea de leer mi traducción más fácil, anoté las oraciones más matemáticas con comentarios que explican la misma idea sin la notación.

2. Además, me contaba mucho entender todo el asunto del texto. El texto habla sobre una función en particular que representa una clase de funciones muy especial en el mundo matemático. Tenía que leer sobre las funciones y ver videos en YouTube para tener un mejor entendimiento de lo que estaba traduciendo en realidad. También, tenía que asegurarme que las oraciones de lógica tenían el mismo sentido como las oraciones inglesas. Por eso, leí diferentes textos en español que hablan sobre asuntos matemáticos similares.
3. Últimamente, por ser un texto muy técnico, usa palabras muy técnicas. Tenía que usar WordReference, otros textos matemáticos (incluyendo mi texto de la traducción directa) y fórums de la Red para encontrar todo que necesitaba para crear una traducción aceptable. El mejor ejemplo de vocabulario técnico es el uso de la palabra "iff" que representa el bicondicional en inglés (if and only if.) Originalmente, lo traduje como la frase entera en español (si y sólo si); sin embargo, después de muchas búsquedas, descubrí que existe una representación bastante similar a la versión inglesa "sii." Creo que este cambio da el texto más profesionalidad y mejora mi traducción.

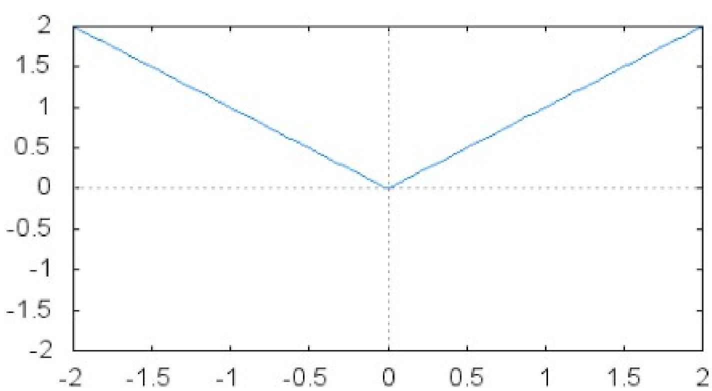
Texto Fuente (Inglés):	Texto Meta (Español):
<u>Abstract:</u> In calculus courses, students learn the properties of continuous and differentiable functions. One extremely important fact about differentiable functions is that they are continuous. Students are also taught that the converse is not true, which can be surprising. Even more surprising is the fact that a function can be continuous everywhere, but differentiable nowhere. We explore the properties of these types of functions; specifically, we introduce the notion of an everywhere continuous, nowhere differentiable function, using the famed Weierstrass function as the prime example. We then examine the Weierstrass function in more detail. **1) <u>Introduction</u>** **Students of elementary differential calculus are taught a very important fact about functions of** $$f'(x) = \lim_{t \to x} \frac{f(x) - f(t)}{x - t}$$	**<u>Resumen:</u>** En los cursos de cálculo, los estudiantes aprenden las propiedades de las funciones continuas y diferenciables. Un hecho sumamente importante de las funciones diferenciables es que son continuas. Se enseñan a los estudiantes también que el opuesto no es verdad, un hecho bastante sorprendente. Más sorprendente es el hecho que una función pueda ser continua en todas partes y no diferenciable en ninguna parte. Exploramos las propiedades de estos tipos de funciones; específicamente, introducimos la noción de que hay funciones continuas en cualquier parte y no diferenciables en ninguna parte. Nuestro principio ejemplo es la función famosa de Weierstrass, la que examinaremos en más detalle. **1) <u>Introducción</u>** Se enseñan a los estudiantes de cálculo un hecho sumamente importante sobre las funciones compuestas de los variables en los números reales: si una función es diferenciable, es continua. Sin embargo, el opuesto no es verdad necesariamente, i.e. existen las funciones continuas y no diferenciables. Las funciones diferenciables son el objeto principio de los estudios en los cursos normales de cálculo diferencial. En términos formales, una función basada en los números reales es diferenciable en un punto $x \in (a, b) \subseteq \mathbb{R}$ si $$f'(x) = \lim_{t \to x} \frac{f(x) - f(t)}{x - t}$$

one-real variable early in their studies: If a function is differentiable, then it is continuous. The converse is not necessarily true, i.e. functions can be continuous but not differentiable. Differentiable functions are the main object of study in a normal differential calculus course. Formally, a real-valued function f is differentiable at a point x ∈ (a, b) ⊆ ℝ if

exists. The function f′(x) is called the derivative of f at x. Another way the derivative is explained is that it is the slope of a curve at a given point. A real-valued function f is continuous at a point c ∈ [a, b] ⊆ ℝ if for every ε > 0 there exists a δ > 0 such that |f(x)−f(c)| < ε for all points x ∈ [a, b] for which |x − c| < δ. Continuous functions can be intuited as functions which have no holes or breaks where they are defined. Normally, the functions presented in calculus courses will be rather nice, i.e. having continuity and differentiability properties that are easy to identify. The differentiability and continuity of a function are intimately related by the following theorem discussed in calculus courses.

<u>Theorem 1:</u> If a function f is differentiable at a point c ∈ ℝ, then f is continuous at c.

The notion in Theorem 1 can be extended to an interval [a, b] over the set of real numbers ℝ. A function f is called continuous over [a, b] iff f is continuous at every point in [a, b]. Similarly, if a function f is differentiable over [a, b], then f is continuous over [a, b]. At some point in the 19th century, mathematicians wondered if the converse to the previous statement was true, i.e. if a function is continuous, is it differentiable? This is not the case, as evidenced by the function f(x) = |x| and its derivative, which are shown below.



Existe. Se llama la función f′(x) la derivada de f en x. Otra manera que se explican la derivada es que es el pendiente de una curva en un punto dado. Una función f basada en los números reales es continua en un punto c ∈ [a, b] ⊆ ℝ si, para cada ε > 0, hay un δ > 0 para que |f(x)−f(c)| < ε por todos los puntos x ∈ [a, b] en los cuales |x − c| < δ. Se puede intuir las funciones continuas por la falta de agujeros y roturas donde están definidas. Normalmente, las funciones en las clases de cálculo son muy lindos, i.e. son continuas y tienen propiedades fáciles de ver. La diferenciabilidad y la continuidad de una función están conectadas de íntimo por el siguiente teorema discutido en los cursos de cálculo.

<u>**Teorema 1:**</u> Si una función f es diferenciable en un punto c ∈ ℝ, entonces la función f es continua en c.

Se puede aplicar la idea de teorema 1 a un espacio entre [a, b] por el conjunto de todos los números reales ℝ**.** Se dice que la función f es continua en el espacio entre [a, b] sii es continua a todos los puntos entre [a, b]. Además, si la función f es diferenciable en un espacio entre [a, b], la función f es continua entre [a, b]. Durante el siglo XIX, matemáticos se preguntaron si el converso de la oración previa fue verdad, i.e. si una función es continua, ¿también es diferenciable? Se puede ver que esta no es verdad por examinar la función f(x) = |x| y la derivada en los gráficos inferiores.

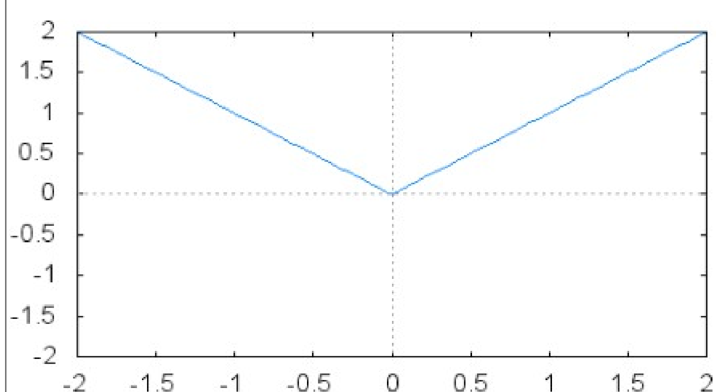


Figure 1.1: The absolute value function over [−2, 2].

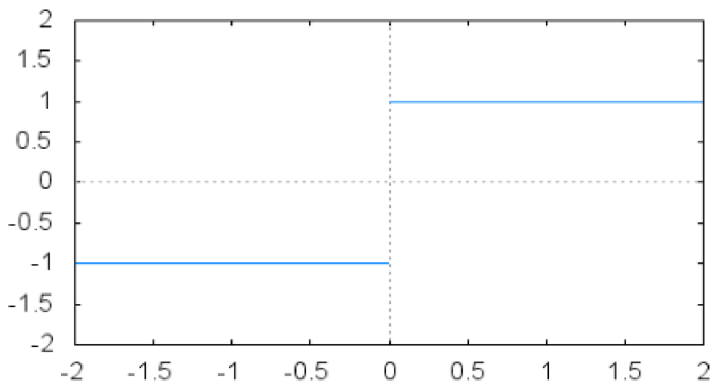


Figure 1.2: The derivative of the absolute value function over [−2, 2].

These mathematicians asked if everywhere continuous functions (i.e. continuous everywhere on the real line) could be nowhere differentiable (i.e. differentiable nowhere on the real line). This happens to be the case, and in 1872, Karl Weierstrass presented his famed Weierstrass function to the Royal Academy of Science in Berlin, Germany. The graph to this function is shown in **Figure 1.3.**

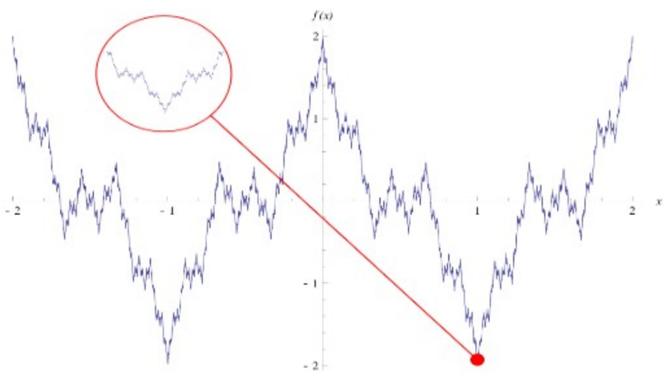


Figure 1.3: The Weierstrass function over [−2, 2][5].

The Weierstrass function, as it is presented in Figure 1.3, is defined by the following theorem.

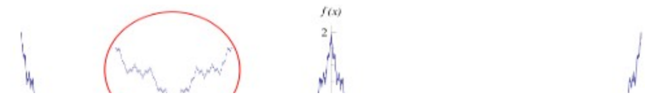
Theorem 2: Consider the following function:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x),$$

for 0 < a < 1 and b a positive odd integer greater than 1 such that ab > 1 + (3/2) π. This function is everywhere continuous but nowhere differentiable.

Gráfico 1.1: La función del valor absoluto entre [-2, 2].
Gráfico 1.2: La derivada de la función del valor absoluto entre [-2, 2].

Los matemáticos preguntaron si una función que es continua por todas partes (i.e. es continua por toda la línea real) podía ser no diferenciable en ninguna parte. Y sí, esta es la verdad porque durante el año 1872, Karl Weierstass presentó su función famosa a la Real Academia de Ciencias en Berlín, Alemania. El gráfico de esta función está mostrado en el **Gráfico 1.3.**



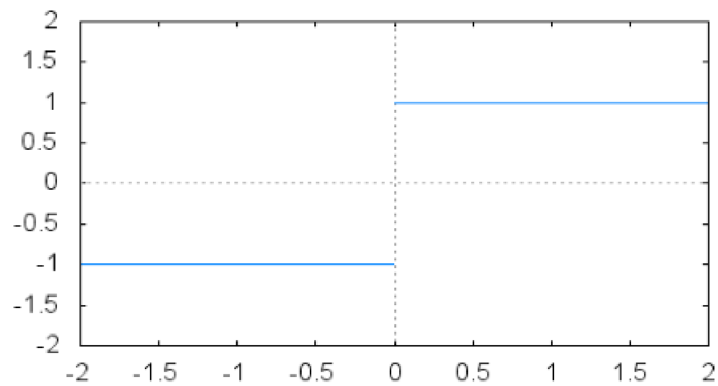


Gráfico 1.3: La función de Weierstrass entre [-2. 2] [5].

Se puede definir la función de Weierstrass, como está presentada en el Gráfico 1.3, por el siguiente teorema

Teorema 2: Mirar la siguiente función:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x),$$

cuando 0 < a < 1 y b es un impar número positivo mayor que 1 para que ab > 1 + (3/2) π. La función es continua por todas partes y no diferenciable en ninguna parte.

La demonstración que esta función es verdaderamente continua y no diferenciable usa algunas nociones de cursos matemáticos más altos; por eso, los estudiantes de grado no deben tener problemas con el contenido presentado. La demonstración es en dos secciones: la primera examina la diferenciabilidad en ninguna parte y la segunda examina la continuidad por todas partes. El tópico de la función de Weierstrass, la continuidad por todas partes y la diferenciabilidad en ninguna parte presentan un contraejemplo muy interesante al converso de uno de los teoremas más importantes en cálculo diferencial.

The proof that this function is truly everywhere continuous and nowhere differentiable uses few notions from higher mathematics courses, so undergraduates should not have trouble understanding the content presented. The proof itself will be split into two sections: the first examines nowhere differentiability and the second examines everywhere continuity. The topic of the Weierstrass function, and everywhere continuous, nowhere differentiable functions in general, presents an extremely interesting counterexample to the converse of one of the most important theorems in differential calculus**.**	

Texto Fuente Original: An Introduction To Everywhere Continuous, Nowhere-Differentiable Functions

Número de palabras TF: 650

Traducción Directa [Español > Inglés]:

Elegí este texto después de elegir mi texto de traducción inversa porque quería un texto que complementaba mi primer texto. Mientras el primer texto está basado en la matemática muy complicada y avanzada, el texto meta de la traducción directa está basado en la matemática sencilla y básica. Habla sobre los fundamentales de matemática: los números reales y sus propiedades. Creo que puedo demostrar mis habilidades de traducir los textos matemáticos en general por incluir un texto complicado con un texto básico. También, me interesa mucho el tema del texto porque creo que es muy importante que se tenga en cuenta los básicos de matemática y apreciar donde viene la mayoría del asunto.

Las técnicas principales eran la traducción literal y la transposición. Son las técnicas que usé en mi primer texto también porque se traduce dos textos del mismo asunto con las mismas técnicas generalmente. Primeramente, usé la traducción literal porque las reglas de la matemática y como se las dicen son muy predecibles. Por ejemplo, "dados x e y, existe un z tal que x + z = y" puede estar traducida casi literalmente como "given *an* x and y, there exists a z such that x + z = y." La única diferencia es que añadí un articulo indefinido delate de la equis en la traducción inglesa para que suene más natural (no estoy de acuerdo de que sea la transposición porque el cambio es pequeño.) Esta técnica también está implementada en el último axioma: "existe por lo menos un número real x ≠ 0. Dados dos números reales x e y, con x ≠ 0, entonces existe un z tal que xz = y…" está traducida casi literalmente como "there exists at least one real number x≠ 0. If given two real numbers x and y, with x ≠ 0, then there exists a number z such that xz = y…" De nuevo, añadí la palabra "if" para que la frase de "if-then" suene mejor en inglés. Además, la técnica de la transposición está usada cuando el texto habla sobre la historia del desarrollo de los axiomas. Por ejemplo, "se alcanzó un consenso sobre un conjunto de axiomas adecuado para los números reales, que son esencialmente los que nosotros enunciaremos a continuación," uso la transposición para cambiar el tipo de la voz pasiva y reemplazo el coma por el punto y coma para que la oración parezca más "académica" y más natural a decir: "a consensus regarding the set of axioms that adequately describes the real numbers was reached; these axioms are essentially what we will describe hereafter." También, implementé la transposición para traducir este monstruo de una oración: "al presentar aquí la definición axiomática de los números reales nuestro propósito es sólo establecer, a modo de referencia, cuáles son las hipótesis sobre las que descansan todas sus propiedades, pero no deducirlas directamente a partir de los axiomas, salvo quizás en algún ejemplo ilustrativo." Tuve que reconstruir la oración para que fuera dos oraciones en inglés: "Through presenting the axiomatic definition of the real numbers, our purpose is to merely establish, as a reference point, what are the hypothesis on which all its properties rely on. However, we will not directly deduce them from the axioms, except in some illustrative examples." También, usé mi estrategia de reformar la oración antes de traducir que describo en mis retos de la traducción.

Los retos de esta traducción eran: la gramática de las oraciones largas, traducir el vocabulario correctamente entre español e inglés y la formalidad del texto

1. Primeramente, la gramática de las oraciones largas me confundía mucho inicialmente. Tenía que separar las oraciones en oraciones más cortas y leerlas múltiples veces. Por ejemplo, "en la mayoría de los casos, el establecimiento de un sistema axiomático formal es el paso final, no el inicial, en el desarrollo de las matemáticas." Reorganicé la oración para remover la mayoría de las comas: "el establecimiento de un sistema axiomático formal es el paso final en el desarrollo de las matemáticas en la mayoría de los casos, no el inicial." Por esto, podía tener un mejor entendimiento del mensaje de la oración. Después, traduje así y reorganicé la oración inglesa para caber el formato de la oración original: "In most cases, the establishment of a formal axiomatic system is the final step, not the first, in the development of math." Con esta estrategia, podía crear una traducción más similar al original sin la confusión del formato de las oraciones.
2. Seguidamente, aunque el formato de la lógica entre inglés y español es bastante similar, el vocabulario puede diferir y es un detalle muy pequeño. Por ejemplo, en el texto meta español, usan el término "axiomas del cuerpo" para describir "the field axioms" en inglés.
3. Por fin, me costaba mucho guardar la formalidad del texto porque no es obvio como se pueda guardar la formalidad entre español e inglés. Por ejemplo, "supondremos que existe un conjunto no vacío…" Tenía en cuenta: como se dice "supondremos" en una manera formal en inglés ("let us" en lugar de "let's"). O en la oración "Se llegó al conjunto idóneo de axiomas…" Aunque la oración está escrita en la voz pasiva, decidí traducirla con la primera persona plural para caber con el resto del texto.

Texto Fuente (Español):	**Texto Meta (Inglés):**
1.2. Definición axiomática de los números reales. La existencia de números irracionales ha motivado largas e intensas reflexiones en los matemáticos desde la antigüedad. Las respuestas a preguntas como ¿existe un	**1.2 The Axiomatic Definition of The Real Numbe** The existence of irrational numbers has motivate and intense reflections for mathematicians since ant The answers to questions such as "are there numbe

número cuyo cuadrado sea dos? o, ¿cómo se puede construir el número π?, pueden basarse en argumentos geométricos intuitivos, porque √2 es la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado unidad 1, y π es el cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. De todos modos, estas respuestas basadas en la intuición geométrica son insatisfactorias y, desde luego, no sirven para todos los números irracionales. Es deseable no apelar a la intuición y establecer un conjunto de reglas o axiomas que nos permitan demostrar todas las propiedades que necesitamos de los números reales.

Hacia mediados del siglo XIX se alcanzó un consenso sobre un conjunto de axiomas adecuado para los números reales, que son esencialmente los que nosotros enunciaremos a continuación. La construcción explícita del conjunto de los números reales resulta un proceso laborioso, aunque no demasiado difícil, y no lo haremos aquí. Nuestra postura en este curso será considerar los números reales como conceptos primitivos que satisfacen ciertas propiedades que se toman como axiomas.

En la mayoría de los casos, el establecimiento de un sistema axiomático formal es el paso final, no el inicial, en el desarrollo de las matemáticas. Se llegó al conjunto idóneo de axiomas para los números reales después de siglos de ensayo y error, y sólo después de que los teoremas básicos de la disciplina hubieran sido ya descubiertos. Al presentar aquí la definición axiomática de los números reales nuestro propósito es sólo establecer, a modo de referencia, cuáles son las hipótesis sobre las que descansan todas sus propiedades, pero no deducirlas directamente a partir de los axiomas, salvo quizás en algún ejemplo ilustrativo.

Supondremos que existe un conjunto no vacío, ℝ, cuyos elementos llamaremos números reales, y que satisfacen diez axiomas que clasificamos en tres grupos: axiomas de cuerpo, axiomas de orden, y axioma de completitud.

<u>**Axiomas del cuerpo.**</u>

En lo que sigue, x, y, z serán números reales arbitrarios mientras no se especifique alguna condición especial. Suponemos, junto con ℝ, la existencia de dos operaciones internas (suma y producto) tales que
$x + y \in \mathbb{R}$ y $(xy) \in \mathbb{R}$ para todo par x, y de ℝ

root is two?", "how can we form the number π?" ca found in intuitive geometrical proofs, since √2 is th longitude of the diagonal in a square of side length is the quotient of the longitude of a circumference a diameter. In any case, these answers based in geom intuition are unsatisfactory and, of course, do not se well when discussing irrational numbers. It is desira not apply intuition and establish a set of rule or axio allow us to demonstrate all the properties we need f real numbers.

During the middle of the 19th Century, a consens regarding the set of axioms that adequately describe real numbers was reached; these axioms are essenti we will describe hereafter. The explicit constructio set of real numbers is a laborious task (although not difficult), and we will not do it here. Our philosoph section will be to consider the real numbers as prim concepts that satisfy certain properties established t our axioms.

In most cases, the establishment of a formal axio system is the final step, not the first, in the develop math. We only were able to find the ideal axiomati pertaining to the real numbers after centuries of tria error, and only after all the basic theorems of the fie been discovered. Through presenting the axiomatic definition of the real numbers, our purpose is to me establish, as a reference point, what are the hypothe which all its properties rely on. However, we will n directly deduce them from the axioms, except in so illustrative examples.

Let us suppose there exists a nonempty set, ℝ, w elements we will called *the real numbers*, these *rea numbers* will satisfy ten axioms which are classifie three groups: field axioms, order axioms, and the completeness axiom

<u>**The Field Axioms.**</u>

In the following statements, x, y, z will be arbitr numbers; we do not specify any special conditions. suppose, joined with the set ℝ, there exists two inte operations (addition and multiplication) such that x and xy ∈ ℝ for all pairs x, y in ℝ

Axiom 1:

Axioma 1: $x + y = y + x$, $xy = yx$ (leyes conmutativas). **Axioma 2:** $x + (y + z) = (x + y) + z$, $x(yz) = (xy)z$ (leyes asociativas). **Axioma 3:** $x(y + z) = xy + xz$ (ley distributiva). **Axioma 4:** Dados x e y, existe un z tal que $x + z = y$. Dicho número se designará por $y - x$, y $x - x$ se escribirá como 0, que es independiente de x. Escribiremos $-x$ en lugar de $0 - x$. Al elemento $-x$ se le llamará opuesto de x. **Axioma 5:** Existe por lo menos un número real $x \neq 0$. Dados dos números reales x e y, con $x \neq 0$, entonces existe un z tal que $xz = y$, que designaremos por y/x. El número x/x se escribirá como 1 y es independiente de x. Podremos escribir x^{-1} en lugar de $1/x$ si $x \neq 0$. Al elemento x^{-1} lo llamaremos recíproco o inverso de x. A partir de estos cinco axiomas, se pueden deducir todas las reglas usuales de la aritmética.	$x + y = y + x$, $xy = yx$ (Communicative Laws). **Axiom 2:** $x + (y + z) = (x + y) + z$, $x(yz) = (xy)z$ (Associative Laws). **Axiom 3:** $x(y + z) = (xy) + (xz)$ (Distributive Law). **Axiom 4:** Given an x and y, there exists a z such that x + z This said number z is constructed by the equation y x – x will be written as 0, this is independent from will write -x in place of 0 – x. This element -x will the opposite of x. **Axiom 5:** There exists at least one real number $x \neq 0$. If giv real numbers x and y, with $x \neq 0$, then there exists a z such that $xz = y$, which is designed via the equatio The number x/x will be written as 1 and is independ We will write x^{-1} in place of $1/x$ if $x \neq 0$. The eleme will be called the reciprocal or inverse of x. From these five axioms, we can deduce any and common arithmetic rules.

Texto Fuente Original: *Métodos Matemáticos I: Curso 2013/2014*

Número de palabras TF: 574

Citaciones y Fuentes:

- *Bicondicional*. www.ecured.cu/Bicondicional

- https://www.wordreference.com